二阶系统的冲激响应求法

冲激平衡法求解冲激响应

2019 年 3 月 31 日

1 已知二阶系统

$$h''(t)+7h'(t)+12h(t)=f(t)$$

求系统的冲激响应。

解:

系统特征方程为 $s^2+7s+12=0$

特征根为 $s_1=-3, s_2=-4$

令冲激响应 $h(t)=\left(Ae^{-3t}+Be^{-4t}\right)u(t)$

则有

$$\begin{aligned}h'(t)&=\left(-3Ae^{-3t}-4Be^{-4t}\right)u(t)+\left(Ae^{-3t}+Be^{-4t}\right)\delta(t)\\&=\left(-3Ae^{-3t}-4Be^{-4t}\right)u(t)+(A+B)\delta(t)\\h''(t)&=\left(9Ae^{-3t}+16Be^{-4t}\right)u(t)+\left(-3Ae^{-3t}-4Be^{-4t}\right)\delta(t)+(A+B)\delta(t)\\&=\left(9Ae^{-3t}+16Be^{-4t}\right)u(t)+(-3A-4B)\delta(t)+(A+B)\delta'(t)\end{aligned}$$

将上式带入

$h''(t)+7h'(t)+12h(t)=\delta(t)$

得到

$$\left(9Ae^{-3t}+16Be^{-4t}\right)u(t)+(-3A-4B)\delta(t)+(A+B)\delta'(t)$$
$$+7\left(-3Ae^{-3t}-4Be^{-4t}\right)u(t)+7(A+B)d(t)+12\left(Ae^{-3t}+Be^{-4t}\right)u(t)=\delta(t)$$

整理后，得到

$(4A+3B)\delta(t)+(A+B)d'(t)=\delta(t)$

$$\begin{cases}4A+3B=1\\A+B=0\end{cases}$$

得

$$\begin{cases} A = 1 \\ B = -1 \end{cases}$$

求得冲激响应为

$h(t) = \left(e^{-3t} - e^{-ut}\right) u(t)$

测控系 2017 级